- Em ordem crescente de comprimento;
- Em seguida, em ordem lexicográfica (ordenação alfabética) dentro de cada comprimento.

Dessa forma obtemos a seguinte ordenação: $\varepsilon, a, b, c, aa, ab, ac, ba, bb, bc, aaa, aab, aac, \ldots$ Claramente todas as cadeias de Σ^* fazem parte dessa sequência, portanto todas as cadeias serão contadas eventualmente.

Solução do Exercício 1.68 É sabido que o conjunto dos números reais é não enumerável e o conjunto dos números inteiros é enumerável. Além disso, há um teorema que diz que a diferença entre um conjunto não enumerável A e um conjunto enumerável B, com $B \subseteq A$, resulta sempre em um conjunto não-enumerável. Logo, o conjunto dos números reais não inteiros $(A - B)$ é não enumerável.

1.5 Exercícios Propostos

Exercício 1.69 Provar os seguintes resultados (sejam A, B e C conjuntos quaisquer):

- Comutatividade da intersecção: $A \cap B = B \cap A$;
- Associatividade da intersecção: $A \cap (B \cap C) = (A \cap B) \cap C$;
- Distributividade da intersecção sobre a união: $A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$.

Exercício 1.70 Provar que, para dois conjuntos A e B quaisquer:

- $A - B = A \cap \overline{B}$;
- $(A = B) \Leftrightarrow ((A \cap \overline{B}) \cup (\overline{A} \cap B) = \emptyset)$;
- $A \subseteq B \Rightarrow 2^A \subseteq 2^B$;
- $A \subseteq B \Leftrightarrow \overline{B} \cap A = \emptyset$.

Exercício 1.71 Provar os seguintes teoremas (no domínio dos números naturais):

$$\forall n \geqslant 0, \sum_{i=0}^{n} i^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$$

$$\forall n \geqslant 0, \sum_{i=0}^{n} i^3 = \frac{n^2(n+1)^2}{4}$$

Exercício 1.72 Provar o seguinte teorema (no domínio dos números racionais):

$$\forall n, \sum_{j=1}^{n} \frac{j(j+1)}{2} = \frac{n(n+1)(n+2)}{6}$$

Exercício 1.73 Provar os seguintes teoremas:

- 1 é ímpar;
- se $n+1$ é par, então n é ímpar;
- se n é ímpar, então $n+1$ é par;
- se n é ímpar, então $n+2$ é ímpar;
- se n_1 é ímpar e n_2 é ímpar, então $n_1 + n_2$ é par;
- se n é par e $n \geqslant 2$, então existem n_1 ímpar e n_2 ímpar tais que $n = n_1 + n_2$;
- se n é ímpar, então n^2 é ímpar;
- $\forall n, n^2 + n$ é par.